Ministerul Educației și Cercetării – Serviciul Național de Evaluare și Examinare

EXAMENUL DE BACALAUREAT – 2007

Proba scrisă la MATEMATICĂ

PROBA D/F

Varianta ….043

Proba D. Programa M2. Filiera tehnologică: profil: Servicii, toate specializările, profil Resurse naturale și protecția mediului, toate specializările
Proba F. Programa M2.Filiera teoretică:profil Uman, specializarea științe sociale;Filiera vocațională:profil Militar, specializarea științe sociale
NOTĂ.Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.Timp de lucru efectiv 3 ore.

La toate subiectele se cer rezolvări complete

SUBIECTUL I (20p)

(4p) **a)** Să se determine numărul complex z pentru care $z-1+2i=0$.

(4p) **b)** Să se calculeze $\sin^2 15^0+\cos^2 15^0$.

(4p) **c)** Să se determine numărul întreg m știind că punctul $M(m,1)$ este situat pe dreapta de ecuație $y-x=0$.

(4p) **d)** Să se determine $a,b\in\mathbf{R}$ astfel încât dreapta de ecuație $x+ay=b$ să treacă prin punctele $N(2,2)$ și $P(3,3)$.

(2p) **e)** Să se calculeze numărul dreptelor care trec prin cel puțin două din punctele $M(1,1), N(2,2), P(3,3), Q(0,3)$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\sin 15^0\cdot\cos 15^0$, folosind eventual formula $\sin x\cdot\cos x=\dfrac{\sin 2x}{2}$.

SUBIECTUL II (30p)

1. Se consideră funcția $f:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $f(x)=4x-3$.

(3p) **a)** Să se determine câte numere întregi x verifică egalitatea $f(x)=x^2$.

(3p) **b)** Să se calculeze $S=f(1)+f(2)+f(3)+...+f(20)$.

(3p) **c)** Să se calculeze $(f\circ f)(1)$.

(3p) **d)** Să se determine un număr întreg k pentru care $f(k)>2$.

(3p) **e)** Să se rezolve, în **R,** ecuația $f(x)+2f(1-x)=3$.

2. Se consideră funcția $g:\mathbf{R}\to\mathbf{R}$, $g(x)=x^3-3x$.

(3p) **a)** Să se calculeze $g'(x)$, $x\in\mathbf{R}$.

(3p) **b)** Să se determine coordonatele punctelor de extrem local ale funcției g .

(3p) **c)** Să se determine care număr este mai mare : $a=g(\sqrt{2})$ sau $b=g(\sqrt{3})$.

(3p) **d)** Să se calculeze $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n^3-g(n)}{n}$.

(3p) **e)** Să se calculeze $\int_0^1 g(x)dx$.

SUBIECTUL III (20p)

Se consideră matricele $A=\begin{pmatrix}5 & 3\\ 3 & 5\end{pmatrix}$, $I_2=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$, $O_2=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}$ şi polinoamele

$f = X^2 - 10X + 16$, $g = X^n$, $n \in \mathbf{N}$, $n \geq 3$.

(4p) **a)** Să se calculeze determinantul matricei A .

(4p) **b)** Să se calculeze A^2 .

(4p) **c)** Să se arate că $f(A) = O_2$, unde $f(A) = A^2 - 10\cdot A + 16\cdot I_2$.

(2p) **d)** Să se rezolve sistemul de ecuații : $\begin{cases} 5x+3y=2 \\ 3x+5y=-2 \end{cases}$, $x, y \in \mathbf{R}$.

(2p) **e)** Să se determine numerele reale t pentru care $f(2^t) = 0$.

(2p) **f)** Să se determine cel mai mare număr întreg k astfel încât pentru orice număr real x să avem $f(x) - k \geq 0$.

(2p) **g)** Să se arate că pentru orice $n \in \mathbf{N}$, $n \geq 3$, restul împărțirii polinomului g la polinomul f este $\dfrac{8^n - 2^n}{6}\cdot X + \dfrac{4\cdot 2^n - 8^n}{3}$.

SUBIECTUL IV (20p)

Se consideră funcția $f:(0,\infty)\to\mathbf{R}$, $f(x)=\dfrac{\ln x}{x}$.

(4p) **a)** Să se rezolve ecuația $f(x) = 0$.

(4p) **b)** Să se determine ecuația asimptotei către $+\infty$ la graficul funcției f .

(4p) **c)** Să se calculeze $f'(x)$, $x \in (0,\infty)$.

(2p) **d)** Să se arate că f este strict crescătoare pe intervalul $(0,e]$ şi strict descrescătoare pe intervalul $[e,\infty)$.

(2p) **e)** Să se arate că $e\cdot\ln x \leq x$, $\forall x \in (0,\infty)$.

(2p) **f)** Să se calculeze $\int_{\frac{1}{e}}^{e} f(x)dx$.

(2p) **g)** Folosind eventual **d)** , să se arate că : $2006^{2007} > 2007^{2006}$.